MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI

Olimpiada de Fizică - Etapa națională
30 ianuarie – 4 februarie 2011
Arad

XI

Proba teoretică

Problema I (10 puncte)

O modelare pentru suspensia rulotei

Platforma unei rulote este susținută de o singură roată prin intermediul unei suspensii alcătuită dintr-un arc (având constanta de elasticitate k şi lungimea nedeformată ℓ_0) şi un amortizor. Amortizorul este un cilindru vertical umplut cu ulei vâscos în care se mişcă un piston. Schița referitoare la suspensia rulotei este prezentată în figura 1. Desenul nu este realizat la scară. Lungimea amortizorului este în orice moment egală cu lungimea arcului ($AB = \ell$). Modulul F al forței necesare pentru deplasarea pistonului este proporțional cu modulul vitezei acestuia față de cilindru, $F = h \cdot |\Delta\ell/\Delta t|$.

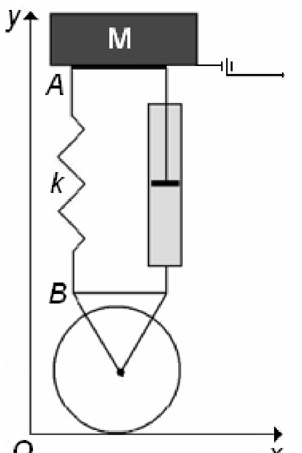


Figura 1

Rulota este tractată de un vehicul care se deplasează cu o viteză orizontală. Vehiculul nu exercită asupra rulotei nici o acțiune verticală. Presupune că platforma este asimilabilă unui punct material cu masa M, că suspensia este întotdeauna verticală şi că masa suspensiei este neglijabilă. Şoseaua pe care se deplasează rulota este plană, orizontală, iar roata rămâne întotdeauna în contact cu şoseaua. Accelerația gravitațională este g.

I. Consideră că amortizarea este neglijabilă, $h \cong 0$.

1. Calculează lungimea ℓ_1 a arcului, dacă suspensia este în echilibru.

II. La un moment dat, considerat ca moment inițial, capătul superior al suspensiei, reprezentat în schiță prin punctul A este deplasat cu y_0 în sus față de poziția sa de echilibru şi are viteză nulă. Consideră că amortizarea este neglijabilă, $h \cong 0$.

2. Scrie expresia dependenței de timp a poziției punctului A.

3. Reprezintă grafic această dependență pentru $t \in \left[0;\ 2\pi\sqrt{M/k}\right]$

4. Reprezintă grafic dependența alungirii resortului în funcție de viteza pe verticală a punctului A.

III. Consideră că amortizarea nu mai este neglijabilă şi că $h = \lambda \cdot \sqrt{M \cdot k}$.

5. Determină domeniul valorilor parametrului λ pentru care dependența de timp a poziției punctului A are expresia $y(t) = A \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot cos(\beta \cdot t)$. Dedu pentru această situație expresia coeficientului de amortizare α şi expresia „pulsației" $\beta > 0$ ca funcții de M, k, λ.

6. Schițează reprezentarea grafică a dependenței de timp a poziției punctului A pentru $t \in [0;\pi]$ dacă h are expresia $h_0 = 0{,}32 \cdot \sqrt{M \cdot k}$ şi dacă $y(0) = 1{,}0\ dm$. Pentru reprezentare consideră că $\sqrt{k/M} = 4{,}0\ s^{-1}$.

7. Calculează valorile poziției şi vitezei punctului A în condițiile de la punctul 6, la momentul $t = \pi/2$.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Consideră că $e^{-1} \cong 0{,}4$ *.Pentru funcțiile* $f_1(x) = e^{\alpha \cdot x} \cdot sin(\beta \cdot x)$ *şi* $f_2(x) = e^{\alpha \cdot x} \cdot cos(\beta \cdot x)$ *cunoşti că o mică variație* Δx *a argumentului* x *produce o mică variație a valorii funcției (proporțională cu* Δx *) având expresia*

$$\Delta f_1 = e^{\alpha \cdot x} \cdot [\alpha \cdot sin(\beta \cdot x) + \beta \cdot cos(\beta \cdot x)] \cdot \Delta x$$

şi respectiv

$$\Delta f_2 = e^{\alpha \cdot x} \cdot [\alpha \cdot cos(\beta \cdot x) - \beta \cdot sin(\beta \cdot x)] \cdot \Delta x$$

Subiect propus de:
Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Evaluare şi Examinare – M E C T S
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea Bucureşti

Problema a II-a (10 puncte)

O modelare electrică pentru axon

Axonul (extensia neuronului) are o membrană cilindrică, cu un fluid conductor în interiorul acesteia şi cu altul în exterior. În timpul stimulării axonului, membrana este parcursă de un curent electric radial, datorat trecerii ionilor de Na^+ *şi respectiv de* K^+ *prin această membrană.*

Un axon poate fi modelat printr-o rețea electrică presupusă infinită, a cărei diagramă este prezentată în figura 2. O porțiune cu lungimea Δx dintr-un axon poate fi modelată printr-o „celulă” a acestei rețele electrice infinite, în care R_1 reprezintă rezistența electrică a fluidului din interiorul, respectiv exteriorul membranei axonului, iar R_2 rezistența electrică a membranei – pentru porțiunea considerată.

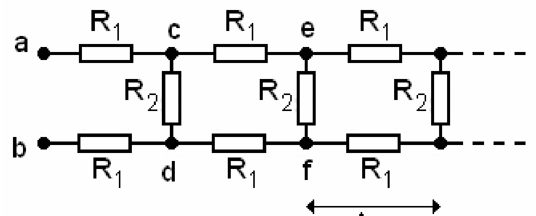


Figura 2

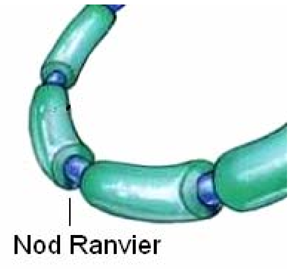
Dacă porțiunea din axon are lungimea $\Delta x = 1{,}0\,\mu m$, atunci valorile rezistențelor electrice sunt $R_1 = 6{,}4 \cdot 10^3 \Omega$ şi respectiv $R_2 = 8{,}0 \cdot 10^8 \Omega$.

a. Utilizând modelul descris în enunțul problemei determină valoarea rezistenței electrice R_e a unui axon.

b. Lanțul de rezistori prezentat în diagrama din figura 2 este cunoscut sub denumirea de „lanț atenuator”. Această denumire evidențiază faptul că diferența de potențial dintre capetele unui rezistor cu rezistența electrică R_2 se atenuează cu atât mai mult cu cât acel rezistor este plasat mai departe de extremitatea rețelei, marcată prin punctele a şi b.

Dedu expresia diferenței de potențial U_n dintre capetele rezistorului R_2, plasat după n „celule” ale rețelei, numărate de la extremitatea marcată prin punctele a şi b. Exprimă această diferență de potențial în funcție de $\beta = \dfrac{2 \cdot R_1 \cdot (R_e + R_2)}{R_e \cdot R_2}$, de tensiunea U_{ab} aplicată între punctele a şi b şi de numărul n .

c. Calculează de câte ori scade diferența de potențial dintre interiorul şi exteriorul membranei axonului, de-a lungul unei distanțe de $2{,}0\,mm$.



d. Unii axoni sunt înveliți într-un strat segmentat de *mielină*. Segmentele au circa $2{,}0\,mm$ lungime şi sunt separate de locuri goale, numite *nodurile lui Ranvier*. Mielina creşte rezistența electrică a unui segment de membrană cu lungimea de $\Delta x = 1{,}0\,\mu m$ la valoarea $R_2' = 3{,}3 \cdot 10^{12} \Omega$.

Determină, în aceste condiţii, de câte ori scade diferenţa de potenţial dintre interiorul şi exteriorul unui axon, pe distanţa dintre două noduri Ranvier consecutive.
e. În situaţia transmiterii unui stimul nervos pe o distanţă mare, precizează care tip de axon (cel fără strat mielinic, sau cel învelit cu un strat segmentat de mielină) asigură o atenuare mai mică a semnalului electric. Justifică răspunsul.

Subiect propus de:
Delia DAVIDESCU – Centrul Naţional pentru Evaluare şi Examinare – M E C T S
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea Bucureşti

Problema a III-a (10 puncte)

O modelare pentru aparatul de aer condiţionat

*O **maşină termică** bitermă schimbă o cantitate de căldură Q_r cu sursa rece, o cantitate de căldură Q_c cu sursa caldă şi un lucru L cu mediul exterior. Dacă maşina efectuează lucrul L pe seama absorbţiei căldurii Q_c şi a cedării căldurii Q_r, ea poartă numele de **motor termic**, fiind caracterizat de randamentul $\eta = L/Q_c$. Dacă asupra maşinii se efectuează lucrul L, se extrage căldura Q_r de la sursa rece şi se furnizează căldura Q_c sursei calde, ea poartă numele de **maşină frigorifică** sau, după caz, de **pompă de căldură**. Deoarece rolul maşinii frigorifice este de a extrage căldură de la sursa rece, eficienţa ei se defineşte ca $\varepsilon = Q_r/|L|$. Analog, deoarece pompa de căldură este folosită pentru a furniza căldură sursei calde, eficienţa ei se defineşte ca: $\varepsilon = Q_c/L$.*

Pentru a menţine temperatura t_1 constantă într-o cameră de locuit, proprietarul utilizează o instalaţie de aer condiţionat cu termostat, a cărei eficienţă este jumătate din cea a unei instalaţii ideale. Când temperatura afară este $t_2 > t_1$, instalaţia trebuie să extragă şi căldura transferată continuu de afară în cameră prin pereţi şi ferestre. Căldura medie transferată în unitatea de timp prin suprafaţa pereţilor şi a ferestrelor, numită şi flux de căldură ($q = \frac{Q}{\Delta\tau}$), respectă ecuaţia $q = \alpha(t_2 - t_1)$, valoarea coeficientului de proporţionalitate fiind α = 2,50 kW/K. Ecuaţia de mai sus este valabilă indiferent de semnul diferenţei $t_2 - t_1$.

a) Pe timp de vară, când instalaţia funcţionează continuu şi menţine constantă în cameră temperatura aleasă de proprietar, puterea medie consumată de aceasta de la sursa de alimentare este P = 2,00 kW. Dacă temperatura afară este t_2 = 35,0 °C, să se determine:
 a1) temperatura din cameră (t_1);
 a2) eficienţa instalaţiei de aer condiţionat în acest caz (ε).

b) Când temperatura termostatului este fixată la 20,0 °C, iar temperatura de afară este de 30,0 °C, instalaţia funcţionează doar β_1 = 64,0 % din timp. Să se determine temperatura maximă de afară (exprimată în °C), astfel încât instalaţia să mai poată menţine 20,0 °C în cameră ($t_{2,\,max}$).

c) Când temperatura termostatului este fixată la 20,0 °C, iar temperatura de afară este de 10,0 °C, instalaţia funcţionează doar β_2 = 25,0 % din timp. Să se determine valoarea minimă a temperaturii de afară (în °C), pentru care se mai poate menţine temperatura de 20,0 °C în cameră ($t_{2,\,min}$).

Subiect propus de:
Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU - Facultatea de Fizică, Universitatea „Al. I. Cuza” Iaşi